Universität Tübingen
Mathematisches Institut
Prof. Dr. Ch. Lubich

Tübingen, den 7.7.1999

Klausur
Analysis II SS 1999

Aufgabe 1: **4 Punkte**

Seien X, Y kompakte Teilmengen des $\mathbb{R}^n$. Zeigen Sie, daß auch die Menge

$$X + Y = \{x + y | x \in X, y \in Y\}$$

kompakt ist.

Aufgabe 2: **4 Punkte**

(Ausgleichsgerade) Es seien n Punkte $(x_1, y_1), \ldots, (x_n, y_n)$ im $\mathbb{R}^2$ gegeben. Es bezeichne $\bar{x} = (x_1 + \ldots + x_n)/n$ den Mittelwert, und es sei $x_i \neq \bar{x}$ für mindestens ein i. Bestimmen Sie die Koeffizienten a, b jener Geraden

$$y = a(x - \bar{x}) + b\,,$$

für die

$$\sum_{j=1}^{n} (a(x_j - \bar{x}) + b - y_j)^2 \quad \text{minimal !}$$

Aufgabe 3: **4 Punkte**

Geben Sie jene Punkte auf der Ellipse

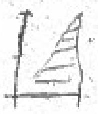
$$5x^2 + 6xy + 5y^2 = 4$$

an, die minimalen Abstand vom Nullpunkt haben.

Aufgabe 4: **4 Punkte**

Berechnen Sie das Integral

$$\int_0^2 \int_{y/2}^1 y e^{x^3}\, dx\, dy$$



mittels Vertauschen der Integrationsreihenfolge.

Aufgabe 5: **4 Punkte**

Berechnen Sie das Volumen des Körpers, der von der xy-Ebene und dem Paraboloid

$$z = 1 - x^2 - y^2$$

eingeschlossen wird.

Aufgabe 6: **4 Punkte**

Es sei

$$u(x, y) = \begin{pmatrix} 2xy + x \\ -y^2 \end{pmatrix} \quad \text{für } (x, y) \in \mathbb{R}^2$$

und $B = B_r(x_0, y_0)$ eine Kreisscheibe vom Radius r. Berechnen Sie

$$\int_{\partial B} \langle u, n \rangle ds\,,$$

wobei n die äußere Normale an ∂B bezeichnet.