

Hauptklausur

Dr. Felix Röhrle; Wintersemester 2025/2026

1. Aufgabe (20 Punkte) Konstruktion mit Zirkel und Lineal
 - a) Kreismittelpunkt konstruieren und die Konstruktion beweisen (Euclidea Level $\alpha.6$)
 - b) Gleichseitiges Dreieck in Kreis konstruieren (Mittelpunkt und ein Punkt auf Kreis vorgegeben) (Euclidea $\delta.4$)
2. Aufgabe (20 Punkte) $\text{Conv}\left(\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}\right)$
 - a) Skizzieren Sie das Polytop.
 - b) Schreiben Sie das Polytop als Schnitt von Halbräumen.
 - c) Was ist die Symmetriegruppe des Polytops? Geben Sie ein nicht-triviales Element der Symmetriegruppe in der Form $f(x) = Ax + b$ mit $A \in O(2)$, $b \in \mathbb{R}^2$ an.
3. Aufgabe (20 Punkte) Die kanadische Provinz Saskatchewan erscheint in der Mercator-Projektion als Rechteck. Die nördliche Grenze verläuft bei 60° nördlicher Breite. Die südliche bei 49° nördlicher Breite. Die Westliche bei 110° westlicher Breite und die östliche bei 102° westlicher Breite.
 - a) Welche der Grenzen sind Großkreise?
 - b) Berechnen Sie die Längen der Grenzen.
 - c) Berechnen Sie die Fläche der Provinz.
 - d) Zeigen Sie, dass sich die Grenzen in einem rechten Winkel schneiden.
4. Aufgabe (20 Punkte) Gegeben sind die folgenden Vektoren: $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $v_2 = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}$,
 $v_3 = \begin{pmatrix} -\sqrt{\frac{3}{2}} \\ -\sqrt{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$, $v_4 = \begin{pmatrix} -\sqrt{3} \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $v_5 = \begin{pmatrix} 2 \\ \sqrt{3} \\ 0 \end{pmatrix}$, $v_6 = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{3}{2}} \\ \sqrt{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$, $v_7 = \begin{pmatrix} -\sqrt{2} \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $v_8 = \begin{pmatrix} 2 \\ \sqrt{3} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$
 - a) Entscheiden Sie ob die Vektoren jeweils zeitartig, lichtartig oder raumartig sind und ob sie vergangenheits- oder zukunftsgerichtet sind.
 - b) Bestimme 3 der gegebenen Vektoren, die zusammen eine Lorentz-Orthonormalbasis bilden.
 - c) Beweisen Sie den hyperbolischen Satz des Pythagoras $\cosh(c) = \cosh(a)\cosh(b)$