

Prüfungsprotokoll Berkovich Geometrie 2025

Was ist ein nicht-archimedischer Körper?

Was ist das archimedische Axiom?

Kennen Sie ein Beispiel für einen nicht-archimedischen Körper?

(beliebiger Körper mit trivialem Betrag)

Kennen Sie noch einen anderen? (p -adischer Betrag auf $\mathbb{Q}$)

Wie ist der definiert? Können Sie zeigen, dass dieser nicht-archimedisches ist?

(bin über die Äquivalenz $|N| \leq 1$ gegangen)

Welche Beträge gibt es noch auf $\mathbb{Q}$ und wie heißt der entsprechende Satz dazu? (Satz von Ostrowski)

Welche Eigenschaften wünschen wir uns von einem Körper und erfüllt $\mathbb{Q}$ mit dem p -adischen Betrag diese?

(vollständig und algebraisch abgeschlossen, habe den Weg von $\mathbb{Q}$ zu $\mathbb{Q}_p$ zu $\overline{\mathbb{Q}_p}$ zu $\mathbb{C}_p$ erklärt)

Wie kommt man zu $\mathbb{Q}_p$ und wie sieht der Betrag darauf aus?

(allgemeine Konstruktion der Vervollständigung)

Hat $\mathbb{C}_p$ dann alle Eigenschaften die wir uns wünschen?

(Nein, nicht sphärisch vollständig, wir können ein Gegenbeispiel in $\mathbb{C}_p$ finden)

Was bedeutet sphärisch vollständig? Können wir in das Beispiel reingehen?

Was sind topologische Eigenschaften von einem nicht-archimedischen Körper und was gefällt uns dabei nicht so gut?

(Bälle und Scheiben sind offen und abgeschlossen, der Körper ist total unzusammenhängend, Beweis dafür)

Wie können wir dieses Problem lösen? ($D_1(0)$ in $M(T_1)$ einbetten, das ist zusammenhängend)

Wie ist $M(T_1)$ definiert, was ist die Topologie darauf und wie bettet man $D_1(0)$ ein?

Welche Punkte gibt es noch in $M(T_1)$ (Typ I–IV erklären)

Wann gibt es die Punkte von Typ IV?

Was erhält man für $\zeta_{(a_n, r_n)} (n \in \mathbb{N})$, wenn der Schnitt der $D_{r_n}(a_n)$ nicht-leer ist?

(Zeigen, dass man dann einen Punkt vom Typ I–III hat)

Wie sieht $M(T_1)$ anschaulich aus?

(Skizze machen und erklären wo die Punkte verschiedenen Typs anschaulich liegen)

Zeige, dass Typ I Punkte dicht in $M(T_1)$ liegen.

Was ist eine affine Varietät und was die Analytifizierung davon?

Was ist ein Berkovich-Raum und wie wird X^{an} zu einem? (das Netz und den k -affinoiden Atlas dazu angeben)

Was besagt das nicht-archimedische GAGA-Theorem? D.h. was kann beim Verkleben zu Varietäten schiefgehen?

Wie ist die Tropikalisierung einer affinen Varietät definiert?

Was ist das Problem damit, am Beispiel $\mathbb{A}^1$? (sieht unterschiedlich

aus, je nachdem in welchen A^m man zuvor einbettet)
 Wie erhält man wieder Eindeutigkeit? (Satz von Payne, man geht zur
 Analytifizierung der Varietät über)
 Aussage hinschreiben. Was brauchen wir dafür? (ein inverse system)
 Und wie ist dieses hier definiert?
 Wie erhalten wir den Isomorphismus $\varprojlim \text{Trop}(X, \iota) \cong X^{\text{an}}$?
 (über die Universelle Eigenschaft des inverse limit und mit den
 Projektionen $\pi_i: X^{\text{an}} \rightarrow \text{Trop}(X, i)$)
 Genauerer darüber, wie π_i definiert ist, und dass es mit der
 Einbettung $X \rightarrow A^{\text{an}}$ kommutiert.