

Prüfungsprotokoll

Vielen Dank, dass du dir die Zeit nimmst, dieses Formular auszufüllen und deine Erfahrungen bei deiner Prüfung weiterzugeben, um anderen die Prüfungsvorbereitung zu erleichtern.

1. Vorlesung	Einführung in Kom. Algebra + Alg. C
2. Art der Prüfung	Modulprüfung
3. Name des Prüfenden	Hannah Markwig
4. Datum der Prüfung	19.02.26

Prüfungsvorbereitung:

- | | | |
|---|----|-----|
| 1. Im wievielten Fachsemester hast du die Prüfung abgelegt? | 5 | BSc |
| 2. Wie viele Wochen hast du dich auf deine Prüfung vorbereitet? | 3 | |
| 3. Wie viele Stunden hast du pro Woche gelernt? | 30 | |
4. Hast du dich in einer Gruppe vorbereitet? ☒ Nein
☐ Ja, Größe der Gruppe:
5. Wurde der Prüfungsstoff eingeschränkt?
☒ Nein ☐ Ja, durch mich ☐ Ja, durch den Prüfenden ☐ Ja, in Zusammenarbeit
6. Wonach hast du gelernt (Skript, Bücher,...)?
Auf Empfehlung des Prüfenden? ☐ Ja ☒ Nein

Prüfungsablauf:

1. Hielt der Prüfende sich an die Absprachen? ☐ Ja ☐ Nein
Welche Gebiete/Vorlesungen wurden zusätzlich geprüft?
2. Welches Gebiet hat der Prüfende besonders bevorzugt?
3. Stellte der Prüfende unzusammenhängende Einzelfragen? ☐ Ja ☒ Nein
4. Lies der Prüfende dir Zeit zum Nachdenken? ☒ Ja ☐ Nein
5. Konntest du frei sprechen? ☒ Ja ☐ Nein
6. Ist der Prüfende auf Stichworte eingegangen? ☒ Ja ☐ Nein
7. Ist der Prüfende auf dich eingegangen? ☒ Ja ☐ Nein
8. Welche Note hat man dir gegeben?
Wurde die Note begründet? ☒ Ja ☐ Nein
Die Bewertung der Prüfung war deiner Meinung nach:

9. Welche Fragen stellte der Prüfende?

Sie fing mit dem Polynom (x^2+y^2-1) an, zu dem ich die Varietät skizzieren sollte (-> Einheitskreis).

Dann sollte ich die Varietät zu $\langle x, y+1 \rangle$ skizzieren (Punkt $(0,-1)$).

Sie hat gefragt, ob das zweite in dem ersten enthalten ist, und wie man das an den Idealen sehen kann ($x^2+y^2-1 = x^2 + (y-1)(y+1)$).

Dann sollte ich beweisen, dass für $I_1 \subset I_2$ gilt $V(I_2) \subset V(I_1)$.

Sie hat mich nach den topologischen Eigenschaften gefragt (für den Einheitskreis). Ich habe erwähnt, dass es irreduzibel ist und Dimension 1 hat.

Sie hat dann noch nach Singularitäten gefragt (hat keine, Jacobi-Kriterium).

Was passiert, wenn man das ganze auf eine Achse projiziert? Es kommt $[-1,1]$ heraus, das ist keine affine Varietät mehr, aber der Abschluss ist $K = V(\text{Schnitt des Ideals mit } K[x])$.

Wie rechnet man solche Schnitte allgemein aus? Eliminationsordnung wählen, Gröbnerbasis berechnen, die Elemente behalten, deren Leitmonom in $K[x]$ liegt.

Was ist eine Gröbnerbasis? Ich schreibe die Definition hin.

Wie kann man sehen, dass die das Ideal bereits erzeugt? Ich habe argumentiert, dass der Rest bei Teilung mit Rest 0 sein muss, da er sonst im Ideal läge und sein Leitmonom von einem der Leitmonome der f_i geteilt würde, und deshalb jedes f aus I als Linearkombination der f_i geschrieben werden kann.

Ich hatte vorhin erwähnt, dass das Beispiel eine Hyperfläche ist und daher Dimension 1 hat, ich sollte den allgemeinen Satz dazu nennen.

Dann wollte sie die noch allgemeinere Version (Krull's Hauptidealsatz) und die ganz grobe Beweisidee (Übertragen des Resultats aus K^n mithilfe von Noether-Normalisierung).

Ist K^* eine affine Varietät und in welchem Sinne? Nein, nicht eingebettet aber als abstrakte affine Varietät isomorph zu $V(xy-1)$ via $t \rightarrow (t, t^{-1})$, $(x,y) \rightarrow x$.

Was bedeutet Morphismus hier? Ich gebe die Definition für einen Morphismus an.

Für affine Varietäten: Was kann man darüber sagen, wann f^* injektiv, surjektiv ist? f^* ist injektiv, wenn f dominant ist und surjektiv wenn f eine geschlossene Einbettung ist.

Ich sollte dann noch den Beweis für das erste kurz skizzieren (1 Zeile).

Können sie das Going-up-Theorem nennen? Ich habe den Satz aufgeschrieben, dann sollte ich den Beweis noch erklären.

Ich sollte Dimension, Krull-Dimension definieren, vergleichen und dann die Idee für den Beweis, dass sie übereinstimmen, erklären.